

Scuola Secondaria Statale di II grado Liceo “Vittoria Colonna”

Temi del Liceo Matematico a.s. 2020/2021

L.Sbano

email: luca.sbano@posta.istruzione.it

13 novembre 2020

1 Introduzione

Le attività qui descritte formano la programmazione per il quinto anno del LM, le possibilità di realizzarli dipenderà molto dalle modalità didattiche con le quali si affronterà l'emergenza COVID19. Le attività potranno essere svolte in DID e sono descritte per punti nei quali sono presentate alcune domande guida che guideranno gli incontri e saranno sviluppate in apposite schede di lavoro.

2 Da *Testa & Croce* ai sistemi a stati discreti e agli *satati di spin*

Nel quarto anno del LM la classe ha esplorato le sequenze di simboli ed ha lavorato sulla nozione d'informazione e di entropia. In questo percorso si vuol mostrare come le sequenze di simboli binari possano sorgere naturalmente non solo dalla descrizione del lancio di una moneta ma anche dalla costruzione di un modello di sistemi semplici formati da punti. Questi sistemi permettono di illustrare alcuni aspetti del *determinismo* e possono costituire un linguaggio atto a introdurre la descrizione *quantomeccanica* dei sistemi fisici.

Le attività che seguono si ispirano ad alcuni idee presentate nelle seguenti due lezioni del Prof L. Susskind e del Prof R. Feynman:

- Lezione n.1 di *Meccanica Classica* <https://www.youtube.com/watch?v=ApUFtLCrU90>,
- Lezione n.1 di *Quantum Entanglement* <https://www.youtube.com/watch?v=0Eeuqh9QfNI>
- Feynman Lectures vol.3 capitolo 5 https://www.feynmanlectures.caltech.edu/III_05.html
- E.Filoramo, A. Giovannini, C. Pasquero *Alla scoperta della crittografia quantistica* Boringhieri.

2.1 Attività

Sistemi che seguono la logica della meccanica classica:

- Gli studenti sono invitati a considerare una moneta. Quali sono i suoi possibili stati? Come possiamo rappresentare l'insieme degli stati possibili di una moneta? Cosa cambierebbe in casi diversi: ad esempio di un dado o in altri sistemi.
- Si è normalmente portati ad immaginare che lo stato di una moneta possa cambiare solo quando essa venga lanciata. Ma non vi potrebbero essere altre regole secondo le quali lo stato della moneta cambia nel tempo? (Qui il tempo è pensato definito in \mathbb{Z}).
- Rappresentazioni grafiche: immaginando di rappresentare lo spazio degli stati come punti in un piano come si possono rappresentare le possibili regole che descrivono il passaggio da uno stato all'altro?
- Dato un sistema di punti. Descrivere graficamente tutte le possibili dinamiche e cercare di classificarle.
- Rappresentazioni algebriche: se lo spazio degli stati è un insieme di punti in un piano, lo stato del sistema corrisponderà all'occupazione di uno dei punti. Come si può rappresentare in forma algebrica uno stato?
- Come si può rappresentare la transizione da uno stato all'altro?
- *Attraverso discussioni guidate introdurre la descrizione in termini di vettori che abbiano un 1 nello stato occupato dal sistema e 0 altrove. Condurre gli studenti verso la rappresentazione attraverso matrici delle transizioni fra gli stati.*

Sistemi che seguono la logica quantistica.

Prerequisiti:

1. La classe conosce cos'è il momento magnetico dell'elettrone (*spin*) e gli aspetti fondamentali della fenomenologia.
2. Durante il quarto anno, nelle ore del LM, si è approfondito lo studio delle onde a partire da esperimenti di diffrazione con doppia fenditura in un ondoscopio. Dagli esperimenti si è giunti a una modellizzazione attraverso i *fasori* e si è mostrato che la loro struttura è equivalente ai numeri complessi.

Fasi dell'attività:

- Si riprenderà l'esperimento della doppia fenditura per la luce e per gli elettroni e se ne discuterà l'analisi fatta da Feynman.
- Come si possono rappresentare gli stati dello spin di un elettrone? Quanti sono gli stati possibili? Rappresentazione con vettori (*q-bit*). Considerazioni sulla preparazione sperimentale di un stato di spin.
- Quali sono le regole più semplici per descrivere con i vettori i risultati della misura dello spin? (Parallelo con le osservazioni fatte nell'esperienza delle due fenditure con un ondoscopio).
- Descrizione della logica dell'operazione di misura attraverso l'uso del formalismo vettoriale.
- Cosa avviene quando si consideri un elettrone con spin lungo una qualunque direzione spaziale? Come si può adeguare la descrizione matematica?
- Quali proprietà dobbiamo richiedere allo spazio che contiene tutti gli stati possibili dello spin?
- *Se lo stato di spin è rappresentato da un vettore complesso, come possiamo immaginare di rappresentare le grandezze, per esempio lo spin stesso? Utilizzando esperimenti pensati per introdurre l'idea grandezza definita da operatori agenti sullo spazio vettoriale degli stati*

3 Dai raggi di luce alla geometria dello spazio-tempo

L'obiettivo è di riflettere sulla nozione di simultaneità e da questa giungere alle trasformazioni di Lorentz ed alle proprietà dello spazio-tempo. Si utilizzerà anche <https://www.youtube.com/watch?v=toGH5BdgRZ4> prima lezione del corso di Relatività Ristretta del Prof L. Susskind.

3.1 Attività

- Agli studenti - divisi in gruppi - verrà proposto di trovare un metodo per sincronizzare i loro orologi. Poi ciascun gruppo sarà invitato ad analizzare i presupposti sui quali si basa la propria costruzione ed a confrontarla con gli altri. La discussione dovrebbe condurre la classe a capire il ruolo della velocità di trasmissione dei segnali e quindi della velocità della luce.
- Come cambia la nozione di simultaneità fra osservatori che sono in moto relativo? Discussione guidata.
- Utilizzo dei diagrammi spazio-tempo per descrivere i moti relativi secondo la fisica classica.
- Utilizzo dei diagrammi spazio-tempo per rappresentare la sincronizzazione in sistemi di riferimento in moto relativo.
- Uso dei metodi della geometria analitica per la determinazione delle trasformazioni di Lorentz.
- *La nozione di tempo proprio, distanza propria e la proprietà del cono di luce.*

4 Dalle tracce in una camera a bolle alle caratterizzazione delle particelle elementari

Capire il significato e l'efficacia esplicativa della cinematica relativistica attraverso l'analisi tracce in una camera bolle come descritto nell'articolo *Positron annihilation in flight* di G.T. Jones da *Teaching Physics*.

4.1 Attività

- Gli studenti dovranno svolgere una ricerca sul funzionamento della *camera a bolle*.
- Lettura dell'articolo proposto.
- Discussione guidata con la classe degli esempi proposti.
- Approfondimento sulle applicazioni della relazione fra energia E , quantità di moto \vec{p} e massa m :

$$E^2 = c^2 \|\vec{p}\|^2 + m^2 c^4$$

- *Realizzazione di una sorta di “carta geografica” dell'immagine della camera a bolle per descrivere i vari processi che in essa possono essere osservati.*

5 Dai polinomi all'approssimazione di una funzione. Uso della calcolatrice grafica e di software *open-source*

Si considererà un'attività che possa aiutare ad imparare l'utilizzo dei programmi grafici e della calcolatrice grafica ed esplorare l'idea di approssimazione di funzione attraverso polinomi (Teorema di Taylor).

Software:

- Gnuplot che può essere utilizzato anche on-line (<https://octave-online.net/>)
- GeoGebra che può essere utilizzato anche on line (<https://www.geogebra.org/m/dncp6JM5>).
- Calcolatrici grafiche di proprietà degli studenti e quelle presenti a scuola.

5.1 Attività

- Uso del software/calcolatrice per svolgere grafici e loro esplorazione.
- Cosa vuol dire che due grafici sono “vicini”?
- Vengono presentati dal docente grafici che presentano delle zoppe di “vicinanza”. Gli studenti le esplorano con il software cercando di allargare “la zona di vicinanza”.
- Discussione guidata: cosa vuol dire approssimare?
- Quanto si può allargare la zona di “vicinanza” ossia l'approssimazione?
- Discussione guidata: i polinomi sono utili nella ricerca di una migliore approssimazione?
- *Agli studenti viene posto il problema di sintetizzare le loro osservazioni in un criterio per definire l'approssimazione di funzione attraverso polinomi.*
- Infine viene posto il seguente problema: cosa avviene per un polinomio del tipo:

$$p_n(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^n$$

al variare di x e di $n \in \mathbb{N}$? Quale funzione viene approssimata?

6 Modelli matematici per la pandemia

Durante lo sviluppo della pandemia da *sars-cov2* si è affrontata una introduzione ai modelli pandemici. Partendo da filmati e spiegazioni rintracciabili su Internet, proponendone una analisi critica gli studenti hanno seguito il seguente percorso.

- Introduzione alla nozione di modello matematico.
- Crescita esponenziale semplice.
- Equazione logistica.
- Modello S.I.R.