Monete classiche e quantiche

Luca Sbano
Licei Vittoria Colonna, Roma

1 Introduzione

Questa attività vuole mettere in luce l'importanza di riflettere sulle assunzioni che si fanno quando si rappresentano lo spazio dei possibili stati di un sistema che si comporta in modo casuale. Immaginiamo che vi siano una ragazza ed un ragazzo che giocano con due monete.

2 Gioco con due monete *classiche*

Supponiamo di avere due monete e di vole giocare a *Testa o Croce* lanciandole entrambe. Un ragazzo ed una ragazza,Tino e Pina, si pongono il seguente problema:

Con quale probabilità, lanciado le due monete si otterrà almeno una testa?

Per poter rispondere alla domanda è necessario dare una definizione di probabilità. Una possibile scelta è affermare che la probabilità di un evento E sia data da:

$$p(E) = \frac{\text{il numero dei casi favorevoli}}{\text{il numero dei casi possibili}} \tag{1}$$

Vediamo cosa possono fare Tino e Pina:

- Prendono le due monete, le osservano attentamente e costruiscono la seguente tabella con tutte le possibili uscite di due monete:

moneta1\moneta2	T	C
T	(T,T)	(T,C)
C	(C,T)	(C,C)

  La tebella è costruita considerando che la moneta 1 potrà uscire con testa (T) e con croce (C) e così anche per la moneta 2. Quindi le possibili uscite di una coppia formata dalle due monete saranno descritte dall'insieme universo:

$$U = \{(T,T), (T,C), (C,T), (C,C)\}.$$

- Poi contano tutti i casi possibili e trovano:

$$\text{il numero dei casi possibili} = 4$$

- Infine contano i casi favorevoli all'evento $E = \{\text{Lanciando le due monete esce almeno una testa}\}$ e trovano:

$$\text{il numero dei casi favorevoli} = 3.$$

A questo punto la pobrabilità sara:

$$p(E) = \frac{\text{il numero dei casi favorevoli}}{\text{il numero dei casi possibili}} = \frac{3}{4} \tag{2}$$

3 La moneta quantica (*bosonica*)

Arriva Rino, un amico di Tino e Pina, che ha il pallino della fisica. Rino osserva il gioco e pone la seguente domanda: "Ragazzi ma siete sicuri di aver contato bene?". Rino argomenta: "Avete detto che le due monete sono identiche ed, in effetti, così appaiono. Quindi che differenza esiste fra l'evento (T, C) e l'evento (C, T)? Se le due monete sono *uguali* come faccio a distinguere quale moneta esce testa e quale croce?" L'osservazione di Rino mette in luce una ipotesi che non è stata esplicitata quando si è costruita la tabella delle possibili uscite della coppia di monete, infatti Tino e Pina hanno assunto che:

Assunzione 3.1. *Le due monete sono perfettamente distinguibili e quindi possiamo sempre distinguere le uscite (T, C) e (C, T).*

A questa assunzione Rino propone di sostituire:

Assunzione 3.2. *Le due monete sono perfettamente indistinguibili e quindi le uscite (T, C) e (C, T) sono in effetti la stesso evento.*

Allora il nuovo insieme universo, proposto da Rino sarà

$$U_{Bosonico} = \{(T, T), (T, C), (C, C)\}.$$

Tino e Pina pensano che sia la solita trovata stramba del loro amico, ma Rino incalza e propone di usare il termine *Bosonico* perchè, ricorda ai due suoi amici, che in Natura esistono particelle che fra di loro sono assolutamente indistinguibili: per esempio i fotoni! Tutte fanno parte una famiglia detta *bosonica* in onore del fisico indiano Satyendra Nath Bose che ne ha capito la indistinguibilità. Queste particelle hanno una proprietà detta *spin* che si comporta esattamente come "Testa e Croce", perciò possiamo immaginare di giocare con monete bosoniche! È importante ricordare che lo spin è una grandezza fisica che è stata scoperta studiando le proprietà quantistiche della materia.
Rino propone allora di considerare l'evento E per le monete *bosoniche*. Un semplice calcolo mostra che:

- Il numero dei casi possibili = 3
- I casi favorevoli all'evento $E = \{\text{Lanciando le due monete esce almeno una testa}\}$ e trovano:

$$\text{il numero dei casi favorevoli} = 2.$$

A questo punto la pobrabilità sara:

$$p_B(E) = \frac{\text{il numero dei casi favorevoli}}{\text{il numero dei casi possibili}} = \frac{2}{3} \tag{3}$$

Rino osserva: "Con le monete *bosoniche* è meno probabile che l'evento E si realizzi!" Infatti:

$$p_B(E) = \frac{2}{3} < \frac{3}{4} = p(E).$$

4 La moneta quantica (*fermionica*)

Pina chiede: "Rino, immagino che sapresti proporre monete ancor più strane".
"In effetti, si" replica Rino "Ci sarebbero le monete che potremmo chiamare *fermioniche*, in onore di Enrico Fermi che ha studiato le proprietà statistiche degli elettroni. Successivamente si scoprì che esistono molte particelle che hanno le stesse proprietà statistiche degli elettroni ed ora formano una famiglia detta: i *fermioni*".
Le monete *fermioniche* avrebbero le proprietà degli elettroni. Ogni elettrone ha uno spin che può prendere solo due valori proprio come T e C per una moneta, ma se si mettono insieme due elettroni essi non potranno avere mai lo stesso spin. Gli elettroni sono anch'essi indistinguibili e quindi per due monete *fermioniche* varrà la seguente

Assunzione 4.1. *Due monete* fermioniche *sono perfettamente indistinguibili e quindi le uscite (T, C) e (C, T) sono stesso evento inoltre non possono mai uscire nello stato, ovvero gli eventi (T, T) e (C, C) sono impossibili.*

Il nuovo insieme universo sarà

$$U_{Fermionico} = \{(T, C)\}.$$

Ora se si potessero lanciare due monete *fermioniche* l'evento E risulterebbe sempre banalmente verificato ovvero:

$$p_F(E) = 1.$$

5 Monete *super-simmetriche*

Rino a questo punto vuole mostrare quanto potrebbe essere strana la Natura ricordando che nella fisica teorica moderna si stanno sviluppando teorie nelle quali *bosoni* e *fermioni* possono trasformarsi gli uni negli altri. Ovvero sembra che leggi fisiche debbano non cambiare quando avviene tale trasformazione che è normalmente chiamata *super-simmetria.* Tale proprietà potrebbe essere l'ingrediente chiave per costruire una teoria unitaria di tutte le forze presenti in natura inclusa la gravità. Al momento però questi modelli teorici non hanno trovato una verifica sperimentale.
Il gioco delle monete si presta bene per il illustrare la *super-simmetria*: immaginiamo di lanciare due monete *bosoniche*, durante il lancio se intervenisse una trasformazione di *super-simmetria* si avrebbe come risultato quello che avremmo ottenuto lanciando monente *fermioniche.* Ovviamente il ragionamente potrebbe essere invertito partendo dal lancio di monete *fermioniche.*
Tutto questo sembra molto bizzarro é parte integrante delle attuali ricerche per la comprendere le interazioni fondamentali.