

L'algoritmo di Erone

Nome:

Cognome:

Classe:

Attività propedeutiche

1. Calcola il quadrato dei binomi:

$$p = (a + b)^2, \quad q = (a - b)^2$$

2. Considera i segmenti di lunghezza rispettivamente $a + b$ e $a - b$. I termini a^2 e b^2 possono essere descritti come le aree di due quadrati rispettivamente di lato a e b . Quale descrizione geometrica sapresti trovare per p e q ?
3. Supponi che $a = 1 \text{ cm}$ e considera due casi:
 - (a) $b = 0.1 \text{ cm}$,
 - (b) $b = 0.01 \text{ cm}$.

Quanto valgono p e q nei casi (a) e (b)? Sapresti darne una descrizione geometrica e qualitativa usando la rappresentazione geometrica dei quadrati p e q ?

L'algoritmo di Erone

Vogliamo trovare un'approssimazione della $\sqrt{2}$.

1. Costruisci il triangolo ABC rettangolo in B con cateti $\overline{AB} = \overline{AC} = 1$ (in unità tua scelta). Mostra che l'ipotenusa misura $\overline{AC} = \sqrt{2}$.
2. Riportiamo con il compasso il cateto AB sull'ipotenusa AC , otteniamo un segmento $AB_1 = AB$.
3. Vorremmo calcolare B_1C . Disegna il quadrato sull'ipotenusa di lato BC , poi al suo interno il quadrato di lato AB_1 .
 - Il quadrato di lato BC dovrebbe venir decomposto nella somma di due quadrati ed due rettangoli uguali.
 - Confronta la figura che ottieni con quelle che hai costruito nelle attività propedeutiche. Sapresti ordinare i quadrilateri ottenuti secondo le loro aree?
 - Quale relazione deve valere fra $\overline{AB_1}$, $\overline{B_1C}$ e $\sqrt{2}$?
 - $\overline{B_1C}$ non lo conosciamo, ma dalla figura costruita sapresti dire quali delle seguenti relazioni è vera?

$$\overline{B_1C}^2 > \overline{AB_1}^2, \quad \overline{B_1C}^2 = \overline{AB_1}^2, \quad \overline{B_1C}^2 < \overline{AB_1}^2$$

- A seconda della tua scelta sapresti individuare quale è il poligono di area minore?
 - Eliminando dalla figura il quadrilatero di area più piccola sapresti calcolare $\overline{B_1C}$?
4. Ora hai calcolato un valore per $\overline{B_1C}$ che chiameremo x_1 . Riportalo sull'ipotenusa BC . Confronta i segmenti $\overline{AB_1} + x_1$ e \overline{AC} . Quali delle seguenti relazioni è verificata?

$$\overline{AB_1} + x_1 > \overline{AC}, \quad \overline{AB_1} + x_1 = \overline{AC}, \quad \overline{AB_1} + x_1 < \overline{AC}$$

5. Se la relazione $\overline{AB_1} + x_1 = \overline{AC}$ fosse verificata esattamente, allora potremmo affermare $\overline{AB_1} + x_1$ è $\sqrt{2}$. Usando la calcolatrice valuta la differenza $\overline{AB_1} + x_1 - \sqrt{2}$. Se la differenza non fosse esattamente zero, sapresti utilizzare la costruzione sviluppate fino a questo punto per trovare un valore di x_1 in modo che $\overline{AB_1} + x_1$ sia più vicino a $\sqrt{2}$?